

Gedachte-experimenten Over Zwarte Gat

door de ogen van Bob Wald

Illustratie: NASA/ESA/A. Feild en L. Hustak (STScI)

Zwarte gaten nemen niet alleen materie en straling op, maar zenden ook hawkingstraling uit. De temperatuur daarvan bepaalt de entropie van een zwart gat. Stephen Hawking liet zien dat die entropie gekoppeld is aan de oppervlakte van de waarnemingshorizon. Minder bekend is dat Jacob Bekenstein dit verband al eerder inzag. Fysici vonden zijn ideeën destijds absurd. Ik kende Jacob goed. Als promovendi in Princeton praatten we bijna dagelijks, vaak over zwarte gaten. Het is inmiddels tien jaar geleden dat hij onverwachts overleed. Nog altijd bewonder ik zijn creativiteit en doorzettingsvermogen, waarmee hij de natuurkunde volledig op zijn kop heeft gezet. Ik blik er daarom graag op terug.

WINNAAR LITERAIRE SCHRIJFWEDSTRIJD

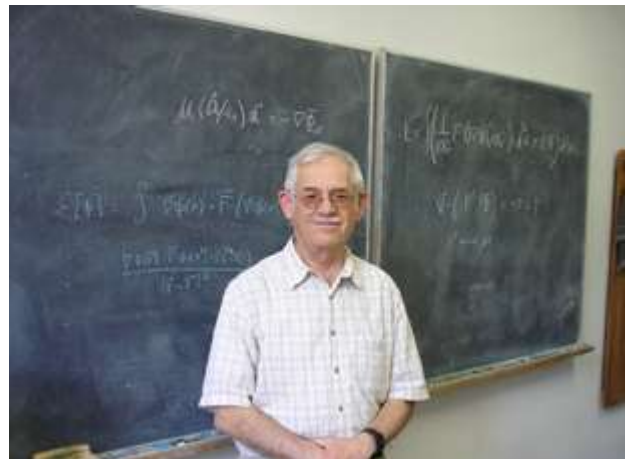
Universiteit van Princeton, 4 november 1971. Jacob en ik zaten klaar op de eerste rij in een van de nieuwe collegezalen van Jadwin Hall. Iedere week wordt in dit zaaltje een colloquium georganiseerd waar een natuurkundige zijn laatste werk presenteert. Deze keer kwam Robert Geroch spreken over *The Physics of Black Holes* [1]. We konden er niet op wachten! Geroch was, samen met Stephen Hawking en Roger Penrose, uitgegroeid tot een van de belangrijkste natuurkundigen tijdens de “gouden eeuw van zwarte gaten”, die midden jaren zestig losbarstte. Zij brachten wiskundige technieken zoals topologie en moderne differentiaalmeetkunde naar de algemene relativiteitstheorie. Hun nieuwe resultaten hadden een grote aantrekkingskracht op mij en andere studenten, wat zelfs zorgde voor studententekorten bij andere afdelingen. Een poosje later betrad Geroch het podium en tuurde vanachter de lessenaar wat door de zaal. Om stipt 4:30 PM begon hij met misschien wel de allerbeste lezing die ik ooit heb gehoord. Veel hot topics uit de algemene relativiteitstheorie kwamen aan bod. Op een gegeven moment rees een hand uit het publiek. “Wat denkt u dat de temperatuur van een zwart gat is?” vroeg iemand [2]. Zonder aarzeling opende Geroch de deur naar zijn fantastische ideeënwereld [3]:

Ik denk het absolute nulpunt. Beeld je een speciale machine in, oneindig ver verwijderd van een zwart gat. Door middel van een touw laat de machine een doos met energie en temperatuur T zakken richting het zwarte gat, zeg met temperatuur T_{BH} . De afdaling gebeurt heel langzaam. Tegen de tijd dat de doos extreem dicht bij de waarnemingshorizon is, is de energie gemeten vanaf oneindig nagenoeg nul door gravitationele roodverschuiving. Vanwege energiebehoud heeft de doos arbeid verricht op de machine. Op dit punt laat de doos een gedeelte van zijn inhoud in het zwarte gat vallen. Daarna hijst de machine de doos weer op, wat minder energie kost dan de afdaling opleverde, omdat de doos nu minder massa bevat. Het nettoresultaat is dat een hoeveelheid energie 100 procent in arbeid is omgezet. Volgens de stelling van Carnot is de maximale efficiëntie van een proces, dat tussen twee temperaturen T en T_{BH} opereert, gelijk aan

$$\eta = 1 - \frac{T_{BH}}{T}.$$

De efficiëntie kan alleen 1 zijn als de temperatuur van het zwarte gat nul is.

De krijtborden, evenals Geroch, waren bedolven onder het krijt. Niet helemaal bewust van de verwarring die hij had veroorzaakt, ging Geroch onvermoeid verder met zijn praatje. Na afloop keek ik opzij naar Jacob, die wat bleekjes leek. “Hij lijkt wel een oneindige voorraad ideeën te hebben”, zei ik. Hij keek peinzend voor zich uit en mompelde iets onverstaanbaars. Ik studeerde al ruim twee jaar met Jacob, onze bureaus stonden zelfs tegenover elkaar, en ik wist wat deze blik betekende. “Je



Theoretisch natuurkundige Jacob Bekenstein in 2009 (foto: Bekenstein/Wikimedia Commons).

hebt gelijk, Bob, ik moet nu echt met Geroch praten”, zei hij en liep gehaast richting de lessenaar. In de war, maar eigenlijk niet verrast, bleef ik achter.

Jacob zag vaker een probleem, waar ik geen probleem zag. We waren destijds beide promovendi van John Wheeler. Wheeler was net als ik geïnteresseerd geraakt in de uniciteit van stationaire zwarte gaten. Een stationair zwart gat wordt door slechts drie parameters volledig beschreven: massa, draai-impuls en lading. “Zwarte gaten hebben geen haar”, zoals Wheeler dit omschreef. Welke objecten een zwart gat precies heeft opgeslokt is hierdoor een mysterie. Dat wakkerde de interesse in de entropie van een zwart gat aan. Hoe chaotischer een systeem is, des te hoger de entropie. Omdat een zwart gat “geen haar” heeft, dachten sommigen dat het ook geen entropie heeft. Dat idee zat Wheeler en Jacob dwars, al ruim vóór het colloquium van Geroch. Jacob probeerde me dat geregeld uit te leggen [4]:

Toen ik laatst het kantoor van professor Wheeler binnenliep, pakte hij twee kopjes thee, de één heet en de ander koud, en zette ze naast elkaar. Vanwege de tweede wet van de thermodynamica krijgen ze dezelfde temperatuur en neemt de entropie van het universum toe. Maar wat als er een zwart gat voorbijkomt? Wheeler kan het bewijs verdoezelen door beide kopjes erin te werpen. Er is niemand die nog kan controleren of hij de entropie van het universum had verhoogd of verlaagd.

Het is niet verrassend dat Wheeler dit met Jacob besprak. Ze konden het goed met elkaar vinden en deelden een bepaalde humor en verbeeldingskracht. Ik vond het niet erg dat de tweede wet geschonden zou worden door zwarte gaten. In mijn ogen is het een statistische wet en zijn uitzonderingen prima. Wheeler vroeg Jacob eens na een vergadering bij zich om over deze paradox te praten. Ik kon een gedeelte van hun gesprek opvangen terwijl ik mijn spullen pakte. Jacob keek wat ongemakkelijk, zoals ook later na de lezing van Geroch, maar ze leken het met

elkaar eens te zijn: de thermodynamica is volgens hen incompleet. “Gelukkig heb ik betere problemen om aan te werken”, schoot me toen te binnen.

Kort daarvoor, eind 1970, ontdekten Hawking en Penrose de oppervlaktestelling [5]. Ze bewezen dat de oppervlakte van de waarnemingshorizon nooit afneemt. Zo’n eigenschap is typisch voor entropie. Jacob zag in de oppervlaktestelling dé remedie voor Wheelers paradox. Hij realiseerde zich dat, nadat Wheeler de thee in het zwarte gat had gegooid, de toename in entropie niet wordt verdoezeld, maar wordt overgebracht naar een extra entropie. Jacob stelde voor dat deze entropie S_{BH} evenredig is met de oppervlakte A van de waarnemingshorizon. Net als in de thermodynamica wilde hij dat de eenheid van die nieuwe entropie de constante van Boltzmann k_B is. Wat nog ontbrak was een lengteschaal om de dimensie van A te compenseren. Wheeler adviseerde de Plancklengte $L_p = \sqrt{\hbar G/c^3}$. Zijn visie was dat deze lengte een prominente rol in een quantumgravitatie theorie moest spelen. Het resultaat was deze opvallende formule:

$$S_{BH} = \lambda \frac{c^3 k_B}{\hbar G} A,$$

waarbij de precieze waarde van de factor λ nog onbekend was. Met de formule in handen postuleerde Jacob een algemenere tweede wet: de som van de ‘gewone’ entropie S buiten het zwarte gat en de entropie S_{BH} van het zwarte gat neemt nooit af. Zijn idee viel totaal niet in de smaak. Fysici zoals ik vonden de formule uit de lucht gegrepen. Het rijmde ook niet met de verwachte temperatuur van een zwart gat. Temperatuur is namelijk gedefinieerd als de relatieve verandering van energie ten opzichte van entropie. Als de energie van een zwart gat toeneemt, wordt ook de oppervlakte van de waarnemingshorizon groter en neemt volgens Jacobs formule de entropie toe. Een zwart gat zou dus een temperatuur hebben. Hawking onderstreepte de tegenspraak: een object met een

temperatuur straalt energie uit en dat is voor een zwart gat per definitie onmogelijk [6]. De aanhoudende kritiek maakte Jacob steeds onzekerder. Zelfs Wheeler kreeg zijn bedenkingen, maar hij bleef hem motiveren: “Dit idee is absurd, maar misschien zó absurd dat het werkt.”

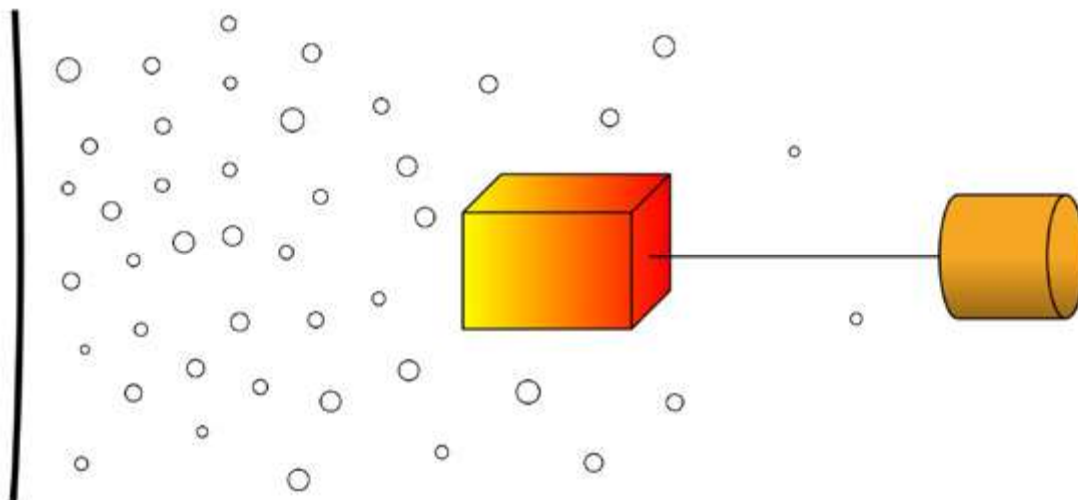
Als ik terugdenk aan Gerochs colloquium in Jadwin Hall, begrijp ik Jacobs nervositeit. Geroch benadrukte dat de temperatuur van het zwarte gat nul is. Nog zorgwekkender is dat, wanneer het zwarte gat wat entropie uit de doos opslokt, het geen energie opneemt zoals gemeten vanaf oneindig. De entropie van het zwarte gat blijft hetzelfde, terwijl de gewone entropie afneemt. Toen drong het tot Jacob door dat zelfs zijn algemene tweede wet lijkt te falen.

In 1974 nam dit een flinke wending. Tot zijn eigen verbazing ontdekte Hawking dat een verre waarnemer een warmteflux kan meten, bestaande uit alle soorten deeltjes die uit het zwarte gat lijken te komen, alsof het een zwarte straler is. Hij kwam erachter door quantumeffecten rond de waarnemingshorizon te bestuderen. De temperatuur van deze zogenaamde hawkingstraling is

$$T_{BH} = \frac{\hbar c^3}{8\pi G M k_B},$$

met M de massa van het zwarte gat. Hawking was zelfs zo onder de indruk van deze formule dat hij hem later op zijn grafsteen liet graveren. Zoals ik al vertelde, gaan temperatuur en entropie samen. Hawking berekende deze en vond precies de uitdrukking van Jacob, maar met $\lambda = 1/4$. Tegen alle verwachtingen in bleek zijn voorstel dus vrijwel juist!

Door de problemen met Gerochs gedachte-experiment bleven er toch twijfels over de algemene tweede wet. Na lang nadenken bedacht Jacob een mogelijke oplossing. Volgens Geroch moest de doos extreem dicht bij de waarnemingshorizon worden gebracht. Jacob betwijfelde of dit mogelijk is voor materie. Vanuit die gedachte stelde



Het idee van Bill Unruh en Bob Wald. De machine laat de doos langzaam zakken richting het zwarte gat. Onderweg beweegt de doos zich door een atmosfeer van hawkingstraling.

hij een limiet aan de entropie S in een doos met energie E en lengte R :

$$S \leq \frac{2\pi k_B R E}{hc}$$

Als dit klopt, is schending van de algemene tweede wet onmogelijk. De doos is te groot om hem voldoende dicht bij de waarnemingshorizon te brengen. Ik kreeg weinig grip op de fysische betekenis van zo'n entropiegrens. Tegen die tijd vroeg ik me af of hawkingstraling de paradox beter kon oplossen. Dit spookte in mijn hoofd toen ik naar Canada vertrok om Bill Unruh, een oud-studiegenoot uit Princeton, op te zoeken. Toen ik hem erover vertelde, had hij onverwachts hetzelfde idee.

Universiteit van Brits-Columbia, 1981. We stelden ons een soort atmosfeer voor rond het zwarte gat, gevormd door hawkingstraling [7]. Als de doos langzaam door deze atmosfeer beweegt, voelt de machine een tegenwerkende kracht op de doos. Hoe dichter de doos bij het zwarte gat komt, hoe groter die kracht wordt, zoals een drijfkraft. De machine wekt hierdoor minder energie op, en zo neemt het zwarte gat uiteindelijk meer energie op dan gedacht. Om de algemene tweede wet te beproeven, zochten we het punt waar de uiteindelijke energie in de doos minimaal is. Tot onze verbazing lag dit niet op de waarnemingshorizon, zoals Geroch dacht, maar op enige afstand daarvan. Precies op het drijfpunt, waar de zwaartekracht en drijfkraft in evenwicht zijn. "De doos zou daar boven het zwarte gat drijven", zei ik tegen Bill. Het klonk bizar. Even later ontdekten we dat daar de energie van de doos gelijk is aan die van de ingenomen hawkingstraling. "Dat is... de wet van Archimedes!" riep Bill uit. Het blijft me verbazen dat deze eeuwenoude natuurwet lijkt te gelden voor hawkingstraling. We berekenden uiteindelijk de verandering in de entropie van het zwarte gat als we de doos loslaten op het drijfpunt. Als kers op de taart klopte de algemene tweede wet helemaal.

We konden niet wachten om Jacob te laten weten dat zijn wet zonder lastige entropiegrens werkte. Toen hij ons terugschreef, stemde hij enigszins in met ons idee. Toch vond hij onze theorie onrealistisch: "De drijfkraft is echt verwaarloosbaar!" Bill en ik verfijnden de berekening in een artikel, gevolgd door een scherp stuk van Jacob. Hij stelde onze aannames aan de kaak en toonde aan dat onze theorie tekortschiet, en dat zijn entropiegrens de oplossing blijft. Zo discussieerden we nog tientallen jaren over de meest realistische situatie, zonder een grote doorbraak. Het blijft ongrijpbaar wat er precies gebeurt rond een zwart gat. De mogelijkheden zijn gigantisch. In onze berekening plaatsten we bijvoorbeeld de machine op oneindig, hoewel dat net zo goed op een andere plek had gekund [8]. Helaas konden we het nooit over een oplossing eens worden. Tijdens zijn leven volgde Jacob vaak zijn eigen koers. Zijn ideeën, zoals de entropiegrens, worden nog steeds verder uitgewerkt. Bovendien worden zijn artikelen over de entropie van een zwart gat gezien als het beginpunt van de thermodynamica van zwarte gaten. Ondanks deze

prestaties was hij bescheiden. Jacob was meer bezig met nieuwe ideeën, dan met stilstaan bij het oude.

Het is tijd om afscheid te nemen. Niet omdat ik je alles heb verteld wat ik kon. Toen ik nog vrij jong was, besloot ik dat niet alles wat er door mijn hoofd gaat, ook maar enigszins interessant kan zijn voor anderen. Dat maakt me erg selectief in wat ik zeg. Als iedereen zich zo zou gedragen, zou het leven veel aangenamer zijn.
- Jacob Bekenstein [9]

Veel dank gaat uit naar Manus Visser voor zijn enthousiasme en hulp. Manus heeft een eerdere versie in detail gelezen en heel nuttige tips gegeven, zowel op taal- als natuurkundig vlak.

Max Bloemers voltooide in 2025 de dubbele bachelor natuur- en sterrenkunde en wiskunde aan de Radboud Universiteit. Zijn inzending is gebaseerd op zijn bachelorscriptie *Gedachte-experimenten Over Zwarte Gaten* (rcnp.science.ru.nl/theses.html), waarvoor hij werd begeleid door Manus Visser en als tweede lezer Klaas Landsman had. Momenteel doet hij de dubbele master physics and astronomy en mathematics, wederom aan de Radboud Universiteit.

REFERENTIES

1. Princeton Weekly Bulletin, Volume 41, Number 8 (30 oktober 1971).
2. Situatie gebaseerd op: Dougherty, J. & Callender, C., *Black Hole Thermodynamics: More Than an Analogy?*, *PhilPapers* (2016). Wald, R.M., *Jacob Bekenstein and the Development of Black Hole Thermodynamics*, eprint arXiv:1805.02302, 2018. Curiel, E., *Classical Black Holes Are Hot*, preprint (2023).
3. Bekenstein, J.D., *Black holes and the Second Law*, *Letf. Nuovo Cimento* 4 (1972).
4. Wheeler, J.A., *Entropy of a Black Hole: Jacob Bekenstein, Stephen Hawking*. Interview door Web of Stories, 1996. Hoofdstuk 14 in Wheeler, J.A & Ford, K. Geons, Black Holes, and Quantum Foam. W.W. Norton & Company (1998).
5. Het idee van de oppervlaktestelling kwam van Penrose, maar wordt toegeschreven aan Hawking. Hoofdstuk 13 in Seife, C., *Hawking Hawking: The Selling of a Scientific Celebrity*, Basic Books (2021).
6. Bardeen, J.M. & Carter, B. & Hawking, S.W., *The Four Laws of Black Hole Mechanics*. *Commun.Math. Phys.* 31, 161–170 (1973).
7. Unruh, W.G. & Wald, R.M., *Acceleration Radiation and the Generalized Second Law of Thermodynamics*. *Phys. Rev. D* 25, 942 (1982).
8. Bloemers, M.G.E., *Gedachte-experimenten Over Zwarte Gaten*, Bachelorscriptie aan de Radboud Universiteit (2025).
9. Bekenstein, J.D., *Of Gravity, Black Holes, and Information*, Di Renzo Editore (2017).



Theoretisch natuurkundige Bob Wald in 2012 (foto: Archives of the Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach).